PRÁTICAS PEDAGÓGICAS ENVOLVENDO O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO DESDE OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Paulo Jorge Magalhães Teixeira
Doutorando da UNIBAN, Professor da UFF e do Colégio Pedro II
Comunicação Científica

RESUMO

Este trabalho apresenta resultados de pesquisa que contemplam experiências vivenciadas com alunos e professores, visando propor alternativas para a prática docente em relação à introdução de conceitos relacionados ao raciocínio combinatório (RC) na Educação Básica. Consideramos importante criar condições que estimulem o ensino e a aprendizagem desses conceitos desde o 3º ano do Ensino Fundamental, apresentando metodologia que contempla o desenvolvimento de atividades em situações-problema cuja solução explore diferentes representações, úteis para a percepção e entendimento de diferentes tipos de agrupamentos, de modo a permitir que o aluno se aproprie dos conceitos e habilidades quando utiliza o raciocínio combinatório combinado com as ideias oriundas dos Princípios: Aditivo (PA) e Multiplicativo (PM) ou Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Entendemos devam ser estimuladas atividades que propiciem o início da estruturação do modo de pensar combinatorialmente, inicialmente bastante simples e, depois, com grau de dificuldade compatível com o desenvolvimento cognitivo dos alunos, propiciando condições para compreender conceitos de Probabilidade e Estatística nos anos seguintes. Para tal, em relação à prática metodológica da atividade docente, nos valemos de pesquisas que procuram discutir o Conhecimento Profissional Docente, apoiadas nos princípios de Shulman (1986) e ampliados pelas discussões de Ball (2008) e, para analisar a introdução de conceitos, sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaut (1991).

Palavras Chave: Raciocínio combinatório, Formação de Professores, Ensino Fundamental, Combinatória.

Introdução

De um modo geral, quando as crianças se deparam com situações que envolvem a soma de parcelas iguais de números naturais é o momento que o professor aproveita para introduzir o conceito de multiplicação.

Assim, ao escrever 3 + 3 + 3 + 3, a ideia de adição de parcelas iguais (quatro vezes o três em soma) tem sido abordada, sob a ótica de um registro multiplicativo, como 4 x 3, com ênfase ao 4 como o número de repetições do 3, na soma. A indicação do 3 é o número que se repete e a indicação do 4 é o número de repetições.

Porém, esse modo de conceituar a multiplicação de números naturais (a soma de parcelas iguais), muito embora seja relevante como ponto de partida para a compreensão da multiplicação de números naturais, enfatizando-se os papéis daquele que se repete e daquele que representa o número de repetições, ela não deve ser a única maneira na qual o professor deva basear-se para conceituar a multiplicação e apresentada às crianças.

Sobre essa questão temos nos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais:

> “No entanto, essa abordagem não é suficiente para que os alunos compreendam e resolvam outras situações relacionadas à multiplicação, mas apenas aquelas que são essencialmente situações aditivas” (BRASIL,1997, p.109).

Assim, se Ana ministra 4 aulas por dia e vai à escola 3 dias da semana, quantas aulas por semana Ana ministra ?

Não se pode tomar o número de aulas pelo número de dias, ou seja, não se pode afirmar que - considerando que o número de dias que Ana vai à escola seja 4 e que, em cada dia, ela ministre 3 aulas, correspondendo à mesma quantidade de aulas semanais - tal situação represente a mesma realidade colocada anteriormente.

Portanto, somente situações aditivas não são suficientes para que os alunos compreendam e resolvam situações problema relacionadas à multiplicação mas somente algumas delas, nas quais a comutatividade fique claramente apresentada.

Assim, para a compreensão efetiva da multiplicação, é preciso explorar quatro diferentes grupos de atividades:

- **multiplicação comparativa** (Ana tem uma certa quantia e Carla tem o triplo da quantia dela. Quanto Carla possui?);
- **ideia de proporcionalidade** (Se dois bombons custam R$1,20, quanto custarão 6 desses bombons?);
- **configuração retangular** (Numa sala há 84 cadeiras dispostas em 7 fileiras iguais. Quantas cadeiras há em cada fileira?) e a
- **ideia de combinatória** (como a exemplificada a seguir), conforme (BRASIL, 1997, p. 109-112).

Fundamentação Teórica

A partir dos anos 80, com Lee Shulman (1986), sucederam-se inúmeras pesquisas acerca da formação docente, o que faz de Shulman um dos teóricos mais citados em diferentes artigos, os quais colocam o exercício profissional do professor como o foco de pesquisas investigativas.

Essas diferentes pesquisas se debruçam em descobrir, entre outras coisas, como:

- os professores aprendem para ensinar a seus alunos;
- que habilidades devem se apropriar de modo a transformar seus saberes docentes em efetiva aprendizagem para seus alunos;
- como se dá o desenvolvimento profissional dos professores (amadurecimento dos conhecimentos pedagógicos e de conteúdos) e
- como se dá a articulação de diferentes saberes, ao longo da trajetória profissional de um professor, que favorecem sua atuação docente.

Ao iniciar suas pesquisas, Shulman (1986) começa por identificar o que os professores sabem em relação aos conhecimentos de suas áreas específicas de atuação e como eles transferem esses conhecimentos de conteúdos em efetiva aprendizagem para seus alunos.

Ele defendia que as pesquisas deveriam levar em conta a importância dos conhecimentos de conteúdo que os professores trazem para o exercício docente, numa crítica às pesquisas até então desenvolvidas que não consideravam os conhecimentos dos professores, mas somente as avaliações e os procedimentos de ensino e aprendizagem.

Além do mais, Shulman destaca que "a base de conhecimento para o ensino consiste de um corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições" e considera que:

> "[...]Essa base envolve conhecimentos de diferentes naturezas, todos necessários e indispensáveis para a atuação profissional. A base de conhecimento se refere a um repertório profissional que contém categorias de conhecimentos que subjazem á compreensão que o professor necessita para promover aprendizagens dos alunos. Os profissionais do ensino necessitam de um corpo de conhecimento codificado e codificável que os guie em suas decisões quanto ao conteúdo e á forma de tratá-lo em seus cursos e que abranja conhecimento pedagógico quanto conhecimento da matéria" (SHULMAN, 1986, p.5).

Shulman (1986) define três categorias de conhecimentos para o professor:

- conhecimento do conteúdo específico;
- conhecimento pedagógico geral e
- conhecimento pedagógico do conteúdo.

Essas categorias de conhecimentos, nos dias atuais, merecem inúmeras considerações que não serão tratadas neste artigo, mas que preocupam alguns autores, tal como Ball (2002) que procura responder, em seus grupos de pesquisas, diversas questões sobre a prática de professores de matemática, como, por exemplo, a de identificar que conhecimentos de matemática (parece bastante claro que o professor precisa ter conhecimentos de matemática) são necessários e suficientes para a atuação docente de um professor da Escola Básica.

Ou seja, suas pesquisam procuram identificar o que um professor que atua nesse nível de ensino precisa saber, efetivamente, de matemática, para preparar bem seus alunos.

A esse respeito, Ball afirma:

> "[...]Para ajudar alguém a entender e a fazer matemática, ser capaz de "fazê-la" não é suficiente. Um nível necessário de conhecimento para ensinar envolve ser capaz de falar sobre matemática, não apenas descrever passos para seguir um algoritmo, mas também sobre os julgamentos feitos e os

> significados e razões de certas relações ou procedimentos [...] é preciso incluir uma linguagem que vai além da representação superficial da matemática. O conhecimento explícito envolve raciocínios e relações: ser capaz de explicar por que, bem como conectar ideias e procedimentos particulares com outros da matemática [...]" (BALL, 2002, p.6).(tradução nossa)

E, mais ainda, segundo Ball:

> "Primeiro, aprender a fazer matemática na escola, como ela é usualmente ensinada, pode nem mesmo garantir sucesso ao estudante em relação ao conhecimento apropriado da, ou, sobre matemática. Segundo, saber matemática para si pode não ser o mesmo que saber matemática para ensinar a alguém. [...] Finalmente, conhecimento do conteúdo disciplinar não existe separado do necessário para ensinar, mas dá forma e é moldado por outros conhecimentos e crenças" (BALL, 2002, p.37,38). (tradução nossa)

Professor: peça chave na engrenagem do ensino e da aprendizagem na Educação Básica

Para ser um bom professor é preciso vibrar com a sua matéria, conhecer muito bem o que vai ensinar, ter um bom relacionamento com os alunos para entender seus problemas, dúvidas, deficiências, ansiedades e dar a esses alunos a oportunidade de serem protagonistas na construção de seus próprios conhecimentos, descobrindo e se apropriando deles com a mediação do professor, sendo, portanto, partícipes de sua própria formação.

Portanto, para sensibilizar e dar condições aos professores a fim de cumprirem com desenvoltura sua missão docente, o melhor a fazer é praticar, com eles, a arte de resolver problemas, sejam eles de RC ou não.

Nas palavras de Moura (1994, p. 4), o professor necessita, assim, "adquirir capacidades para lidar com as informações, colocando-as de forma acessível para que outros sujeitos, potencialmente interessados, aprendam".

Portanto, neste trabalho, realçamos o importante papel do professor como elemento imprescindível no processo que pode desencadear mudanças necessárias à melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem.

Entendemos que, ao professor, cabe o papel de propor, mediar, controlar e incentivar a aprendizagem de seus alunos através da resolução de problemas.

O sucesso da aprendizagem dos alunos depende, fortemente, das atitudes que o professor toma, pois ele é o responsável pela escolha dos problemas em relação ao nível de dificuldades que eles apresentam e pelas adaptações de enunciados que julgar conveniente fazer.

O mesmo pode-se dizer que ocorre em relação à escolha ou à elaboração de atividades selecionadas e colocadas à disposição deles.

A prática pedagógica nos fundamentos do raciocínio combinatório

Infelizmente, quando se trata das ideias do grupo combinatória, sugeridas em BRASIL (1997, p.109-112), na maioria das vezes são pouco exploradas, ficando restritas a poucos exemplos relacionando saias e blusas e não mais que isso.

Mas, mesmo assim, nessas ocasiões, perde-se a oportunidade de explorar as diferentes representações que a situação-problema oferece e de realçar a importância dessas representações para a formação do RC (o raciocínio derivado do ato de "combinar" (o mesmo que associar, juntar, compor) um objeto com outros).

Portanto, desenvolver o RC é compreender as diferentes formas em que é possível combinar objetos, independente da quantidade, sistematizando maneiras de agrupar esses objetos segundo características comuns, associadas à situação-problema envolvida, de modo sistemático, como conseqüência de diferentes "tomadas de decisão independentes" caracterizando, assim, os diferentes agrupamentos construídos através da operação de classificação desses objetos.

Criar mecanismos para melhorar a compreensão do RC é uma etapa bastante importante para entender outros procedimentos que exigem a formação de agrupamentos, aperfeiçoando outros modos de contagem, auxiliando a criatividade e garantindo segurança no enfrentamento de situações mais complexas.

Assim, quando se tem: De quantas maneiras diferentes uma pessoa poderá se vestir se ela dispor de 4 blusas e 3 saias?, o aluno precisa compreender que a relação de combinação que ele faz entre os objetos envolvidos está a correspondência um-para-muitos[1]: a cada blusa escolhida ele faz corresponder três diferentes saias, formando, então, três diferentes conjuntos, em que a blusa é a mesma.

Para cada escolha de uma blusa haverá, então, três novos conjuntos saia-blusa. Cada conjunto saia-blusa é formado pelas duas peças, não se impondo ordem às peças integrantes do conjunto. Cada conjunto saia-blusa é disjunto dos demais.

Assim procedendo, espera-se que o aluno, intuitivamente, utilize o PM (em conjunto ou não com o PA), sugerindo-se que o professor não o formalize de imediato, uma vez que o PM está, na maioria das vezes, associado a situações tipo: "Se cada elemento de um dado conjunto A está associado (combinado) com todos os elementos de um conjunto B, então quantas combinações (agrupamentos) desses elementos se podem realizar?", diretamente relacionado com o conceito de Produto Cartesiano (PC), por razões naturais.

Trabalhando assim com os alunos resgatamos a ideia combinatória da multiplicação, ampliando a ideia da multiplicação baseada na adição de parcelas iguais (número de elementos da união de conjuntos disjuntos: PA).

Manipular material concreto (saia e blusa, objetos distintos) é muito importante para que o aluno compreenda o raciocínio de "combinação" presente entre os objetos que estão à mão, de modo que, nas situações em que a quantidade de objetos seja grande ele não encontre dificuldades em realizar a

[1] "um-para-muitos" refere-se a um termo, segundo (Nunes e Bryant, 1997), para distinguir uma situação multiplicativa, base para o entendimento do conceito de proporção.

contagem, principalmente nas situações em que se exija ordenação de grande número de objetos.

É preciso aproveitar situações com valores pequenos de possibilidades para explorar diferentes representações que a situação oferece, por exemplo a relação com o conceito de PC, que será muito útil em situações outras de matemática.

Como visto, utilizar diferentes representações a uma dada situação-problema, no início de atividades envolvendo o RC, favorece em muito a apreensão e utilização do PM e do PA, fundamentais ao desenvolvimento de pensamentos abstratos e aplicação em situações que exigem a generalização desses conceitos.

A apropriação de conceitos em combinatória

Por conta disso, citamos Vergnaut (1991), criador da Teoria dos Campos Conceituais, a qual leva em conta uma série de fatores que influenciam e interferem quando se procura identificar, formar e desenvolver determinado conceito. O trabalho com situações-problema é muito importante para que o conhecimento conceitual possa surgir a partir do desenvolvimento dessas atividades, em conjunto com a manipulação de material concreto (se possível), adequado à situação proposta.

Segundo Vergnaut (1991), o estudo para o desenvolvimento de um determinado campo conceitual exige do pesquisador a visão segundo a qual um conceito é formado pela tríade (***S, I, R***), onde: ***S*** é um conjunto de diferentes **situações** que permitem ao conceito ser significativo, para ser explorado; ***I*** é um conjunto de ***invariantes*** (objetos, relações entre si e propriedades relacionando-os entre si) que podem ser identificados e usados pelo sujeito de pesquisa de modo a poder analisar e compreender essas situações e ***R*** é um conjunto de diferentes ***representações*** que podem ser usadas para fazer realçar e representar os invariantes da situação e, deste modo, poder representar as situações e os mecanismos necessários para utilizar esses invariantes.

Um dos grandes "nós" que afligem os educadores matemáticos é compreender que a aquisição e a compreensão de um dado conceito pelos alunos não se dá, unicamente, com a apresentação de um tipo de situação (não emerge daí, somente) e, por outro lado, que uma dada situação pode vir a envolver mais do que um só conceito, por mais simples que possa ser aos nossos olhos.

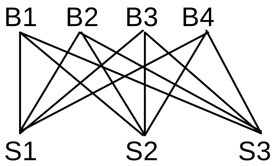
Portanto, conceitos matemáticos têm significado para o aluno quando são percebidos por ele a partir de uma variedade (tão extensa quando necessário for) de situações nas quais pode ser sentida sua importância. Por outro lado, uma dada situação pode apresentar diferentes conceitos envolvidos, ou seja, ela necessita de mais de um conceito para ser analisada e compreendida.

Assim, um único conceito, fechado em si, e uma única situação-problema não são suficientes para dar conta da aquisição de um dado conhecimento, de forma plena e consistente, e capaz de proporcionar segurança no seu uso em diferentes contextos.

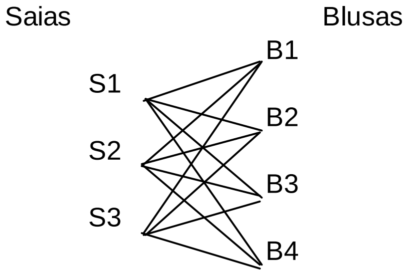
Retomando a situação-problema

Tomando as blusas como B_1,B_2, B_3 e B_4 e as saias como S_1, S_2 e S_3 podemos representar as soluções como:

1) Um esquema:



2) Árvore de possibilidades:



3) Tabela de dupla entrada:

Saia / Blusa	S1	S2	S3
B1	B1,S1	B1,S2	B1,S3
B2	B2,S1	B2,S2	B2,S3
B3	B3,S1	B3,S2	B3,S3
B4	B4,S1	B4,S2	B4,S3

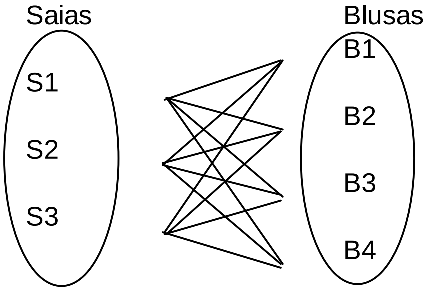
As descrições das possibilidades de combinação blusas x saias representadas na tabela de dupla entrada acima, permite tornar clara a relação entre o raciocínio combinatório e o produto cartesiano entre os conjuntos de blusas e saias.

4) Enumeração de conjuntos disjuntos:

$\{B_1, S_1\}$, $\{B_1, S_2\}$, $\{B_1, S_3\}$
$\{B_2, S_1\}$, $\{B_2, S_2\}$, $\{B_2, S_3\}$
$\{B_3, S_1\}$, $\{B_3, S_2\}$, $\{B_3, S_3\}$
$\{B_4, S_1\}$, $\{B_4, S_2\}$, $\{B_4, S_3\}$

Nessa representação, a situação-problema requer a quantidade de elementos do conjunto que reúne a união desses 12 subconjuntos disjuntos, o que dá, naturalmente 12. Essas 12 possibilidades são a totalidade de “galhos finais” da árvore de possibilidades. Estamos, assim, diante da utilização do Princípio Aditivo.

5) Produto Cartesiano (PC):



Assim, o número de modos diferentes de se vestir é dado por 4 x 3 = 3 x 4 =12. Este resultado, que traduz o número de combinações possíveis entre os termos 3 e 4 ou, então, entre 4 e 3. É tal que, nele, não se diferenciam os termos iniciais, sendo possível a interpretação da operação com sua representação escrita, ou seja: combinar 4 blusas e 3 saias é o mesmo que combinar 3 saias e 4 blusas e isso pode ser expresso pela igualdade acima.

Combinar objetos, como o que foi feito acima, é de tal sorte tão importante na fase inicial da apresentação do conceito de multiplicação quanto no início de atividades que visam o desenvolvimento do raciocínio combinatório, mostrando a importância que se deva dar ao trabalho com os quatro grupos de atividades - não necessariamente em conjunto - contribuindo para os significados da multiplicação e da divisão.

Portanto, trabalhando e explorando situações-problema como a anterior (saias e blusas), espera-se que os alunos do ensino fundamental (últimos anos) e do ensino médio, ao enfrentarem situações tão simples quanto esta:

“Para ir de Campinas a Niterói há três opções de transporte: ir de ônibus, ir de avião ou ir de carro e para ir de Niterói para Búzios é possível locomover-se por meio de carro, ônibus, avião ou de lancha. De quantas maneiras diferentes é possível sair de Campinas e chegar a Búzios passando por Niterói?”, possam não ter dificuldades em resolver tal situação, uma vez que já teriam tido desenvolvido o raciocínio combinatório com a experiência vivenciada em diferentes situações e também tenham sido apresentados a diferentes representações para situações semelhantes, mesmo considerando que, por ser essa uma situação de seu dia-a-dia, não merecesse dificuldades na sua resolução.

Porém, a não vivência com esse tipo de situações-problema quando da sistematização dos conceitos de multiplicação e divisão, como explicitados anteriormente, podem acarretar dificuldades outras tais como essa, nos anos seguintes, oriundas de não ter sido o conceito bem trabalhado e que esse conhecimento não foi construído pelo aluno, muito embora nunca seja tarde para trabalhar.

Nossa intenção é oferecer opções de situações as quais o professor poderá trabalhar em sala de aula, explorando os conceitos de combinatória na Educação Básica, sem o apelo ao uso de fórmulas.

Desse modo, acreditamos que, de início, com o desenvolvimento de atividades envolvendo o raciocínio combinatório, o quantitativo de objetos deva ser em número reduzido o que permitirá ao aluno construir os agrupamentos de objetos e efetuar a contagem de modo direto (significa listar todos os elementos do conjunto de agrupamento pedido e contar o quantitativo) e informal, construindo as soluções de modo intuitivo e também, com a ajuda das diferentes representações possíveis, poder compreender os fundamentos do PA e do PM, sem que o professor os apresente, de imediato.

Agindo assim, os problemas de contagem tornam-se atraentes, pois os alunos manipulam objetos ou fazem representações consistentes em que as diferentes soluções aparecem.

É preciso também, com os mesmos dados, variar as questões postas, propondo diferentes agrupamentos retirados do conjunto maior e que possam representar situações nas quais a ordem dos objetos é ou não imprescindível considerar, sem necessariamente querer formalizar essas ideias de imediato.

Assim, acreditamos ser preciso explorar diferentes exemplos de situações-problema similares a essas e outras tantas interessantes (ver Teixeira, 2011) que a Combinatória nos oferece.

Segundo Guy Brousseau (1986), ao longo das atividades didáticas às quais o estudante é confrontado, é desejável que "produza, formule, prove, construa modelos, linguagens, conceitos e teorias". Situações de Combinatória se prestam bem ao que Brousseau sugere.

Segundo Lerman (1996), "o aluno é um sujeito ativo na construção de seu conhecimento e na estruturação de sua inteligência". Ele aprende a partir de suas ações e reflexões, em interações com o outro. Por outro lado, a utilização de diversas atividades, envolvendo (ou não) o uso de material concreto, além de jogos, no ensino da Matemática, permite ao aluno desenvolver habilidades, enquanto sujeito protagonista de seu aprendizado.

Desse modo, a estimulação gradual do uso do RC, num ambiente lúdico, em diferentes situações problemas, sem o compromisso de utilização de fórmulas, que não recomendamos de modo algum nesse estágio de apropriação de conhecimentos, promove o pensar de forma criativa e crítica, desenvolvendo habilidades e competências cognitivas que passam a fazer parte de sua estrutura mental, podendo ser generalizadas para outras situações.

Acredito que a Combinatória, desde que utilize o RC durante a fase de construção dos conhecimentos, nos anos iniciais do ensino fundamental, seja importante ferramenta para que o aluno, inserido no mundo das informações e das novas tecnologias adquira conhecimentos e habilidades que o capacitam para resolver problemas reais ao seu alcance e também compreenda outras situações mais complexas.

Considerações Finais

Considerando que se vive num mundo dinâmico em que as informações se sobrepõem incessantemente, é cada vez mais comum nos noticiários dos jornais, revistas e na televisão o uso de tabelas e gráficos para expressar dados numéricos propondo desde análises até previsões.

A experiência com o tratamento de tais informações é, portanto, imprescindível, contribuindo para a formação de cidadãos críticos, autônomos e intervenientes, tarefa que os professores têm que abraçar em qualquer nível de escolaridade com seus alunos.

Tais assuntos (e os conceitos de combinatória são bastante atraentes para tal, fornecendo uma enorme variedade de situações presentes no dia-a-dia dos cidadãos) contribuem para proporcionar diferentes aplicações matemáticas interdisciplinares que têm significados em todos os níveis de escolaridade.

Entendemos que, ao longo da Educação Básica, o ensino da Matemática deve levar o aluno a construir paulatinamente o RC, uma vez que ele é rico em proporcionar opções de tomada de decisões que requerem argumentos consistentes para provar a veracidade ou falsidade deles.

Fica aqui a sugestão para os professores trabalharem situações-problema que envolva o RC em todos os anos e séries a partir do 3º ano do Ensino Fundamental.

Nós, professores, precisamos fazer com que as habilidades que são apropriadas pelos alunos no dia-a-dia da sala de aula sejam suficientes para permitir que eles possam: escrever o que estão pensando, compreender, questionar, deduzir, tirar conclusões, levantar hipóteses, compreender a dedução de teoremas e fórmulas (quando necessário for) e também de realizar cálculos (de preferência e, quando possível, mentais), com a finalidade de torná-lo capaz de tomar decisões de modo consciente e, o melhor, corretamente.

Quando a Matemática permite ao aluno analisar informações veiculadas em diferentes meios de comunicação e, a partir dessas análises, construir opiniões críticas e consistentes, questionando as informações, ela lhe oferece grande contribuição em sua formação enquanto cidadão, permitindo que se insira na sociedade como participante efetivo.

Com essas premissas, o aluno passa a compreender que a Matemática não se reduz ao verdadeiro ou falso de suas proposições, nem que existe apenas o possível e o impossível, mas muito mais do que isso, somente, o que permite a ele ser um agente partícepe de sua própria estória.

Referências

BALL, D. L. Research On Teaching Mathematics: Making Subject Matter Knowledge Part Of The Equation, em J. Brophy (Ed.)-Advances in research on teaching: Vol. 2. Teachers' subject matter knowledge and classroom instruction. Greenwich, CT: JAI Press, 2002.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília, 1997.

_______. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, 1999.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique dés Mathématiques. Recherches em Didactique dés Mathématiques, v.7, n.2, p.33-116, Paris,1986.

DEVLIN, K. Matemática: A ciência dos padrões. Porto Editora, Porto, 2002.

LERMAN, S. Investigações: Para onde vamos? . In P. ABRANTES, L. Cunha Leal e J. P. Ponte (Orgs), Investigar para aprender matemática: Textos selecionados (pp. 107-115). Projeto Matemática Para Todos. APM - Associação de Professores de Matemática. Lisboa, 1996.

MOURA, M. O. O jogo e a construção do conhecimento matemático. Série Idéias n. 10. FDE. São Paulo, 1992.

MOURA, M. O. A séria busca do jogo: do lúdico na matemática. In: A educação matemática em revista. SBEM, nº 3, 2º sem, São Paulo, 1994.

NUNES, T. BRYANT, P. Crianças fazendo matemática. Artes Médicas, 1997.

PIAGET, J. Devlopmentand Learning. Journal of Research in Science Teaching. XI, n.3, 1964.

PONTE, J.P. da. Da Formação ao Desenvolvimento Profissional. Actas do ProfMat. Universidade de Lisboa. p.27-44. Lisboa, 1998.

TEIXEIRA, P.J.M. A Identificação de padrões que favorecem o raciocínio combinatório desde os anos iniciais do ensino fundamental. Zetetike (no prelo), Campinas, 2011.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

VERGNAUT, G. El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemática en la escuela primária. Editorial Trillas.México.1991.